

Nevím, jestli je náhodou, že dva asi největší logici dvacátého století pocházejí z našeho konce světa. Alfred Tarski z Polska a Kurt Gödel dokonce přímo od nás, z Brna. Setkáme se tak i s tím, že je Gödel označován za českého logika, i když česky podle všeho neuměl skoro ani slovo.

Ti dva mají i leccos společného: oba přišli ve třicátých letech s něčím převratným, co je katapultovalo z okraje logiky do jejího centra; oba strávili druhou světovou válku v USA, kde pak zůstali do konce života; oba byli v podstatě spíše matematici, ale jejich objevy se výrazně promítly i do filozofické logiky a potažmo do filozofie.

V některých ohledech byli ale až protikladní: Tarski byl Žid (původním jménem Teitelbaum), takže utéci před Hitlerem pro něj byla pochopitelná volba; Gödel byl v podstatě loajálním občanem Rakouska a ani po anšlusu neměl s režimem žádný otevřený konflikt. Tarski byl společensky zdatný a komunikativní člověk, který v Kalifornii založil nejproduktivnější logickou školu dvacátého století (k jeho žákům patřili například Solomon Feferman, Haim Gaifman, Richard Montague či Andrzej Mostowski); Gödel byl vlk samotář, který neměl žádné žáky a málo skutečných přátel. Tarski byl produktivní autor, jeho bibliografie čítá asi 20 knih a 110 článků; Gödel publikoval relativně málo, zejména proto, že se až obsesivně snažil dovést vše, co psal, k úplné dokonalosti.

Je pochopitelné, že osudy takových postav přitahují životopisce a že nový Gödelův životopis od Stephena Budianského vychází relativně brzy i v českém překladu. Kupodivu, Tarski se dosud dočkal jenom jednoho reprezentativního životopisu: napsal ho skvělý logik Solomon Feferman spolu se svou manželkou Anitou Burdman Feferman a vyšel v roce 2004 pod názvem Alfred Tarski: Life and Logic. (Myslím, že i této knize by slušel český překlad.) Gödel je naproti tomu již až notorickým terčem životopisců; před Budianským byla, myslím, nejreprezentativnější biografií Logical dilemmas: the life and work of Kurt Gödel od Johna W. Dawsona, Jr. z roku 1996. (Česky vyšla například v roce 2006 Neúplnost od Rebekky Goldstein, kde jde ovšem více o Gödelovo dílo než o jeho život, a vyšla i jedna kniha, kterou bych vřele doporučil jako pandán k té Budianského, románové zpracování života Gödelovy ženy Adély: Bohyně malých vítězství autorky Yannick Grannec, která vyšla česky v roce 2015.)

Čím se Gödel tak proslavil, že bývá považován (slovy Alberta Einsteina) „za největšího logika od dob Aristotela“ (sklání se před ním i Tarski, který se zjevnou narážkou na Gödelovy psychické problémy sám sebe označil za největšího přičetného logika) či za jednoho z největších myslitelů dvacátého století? Jeho nejslavnějším počinem je bezesporu důkaz neúplnosti aritmetiky.

DOKAŽTE TO!

V matematice existují problémy, u kterých se nedaří dokázat jejich ře-

Stephen Budiansky
Na okraji rozumu: Život Kurta Gödela. Přeložil Marcel Martin, Host, Brno 2023, 416 stran.



Pamětní deska Kurta Gödela ve Vídni.

FOTO: GUENTHERZ, WIKIMEDIA COMMONS, CC BY 3.0

Život Kurta Gödela na pozadí bouřlivých dějin: Logika dvacátého století přichází z Východu.

Matematika je sama na sebe krátká

Kniha, která

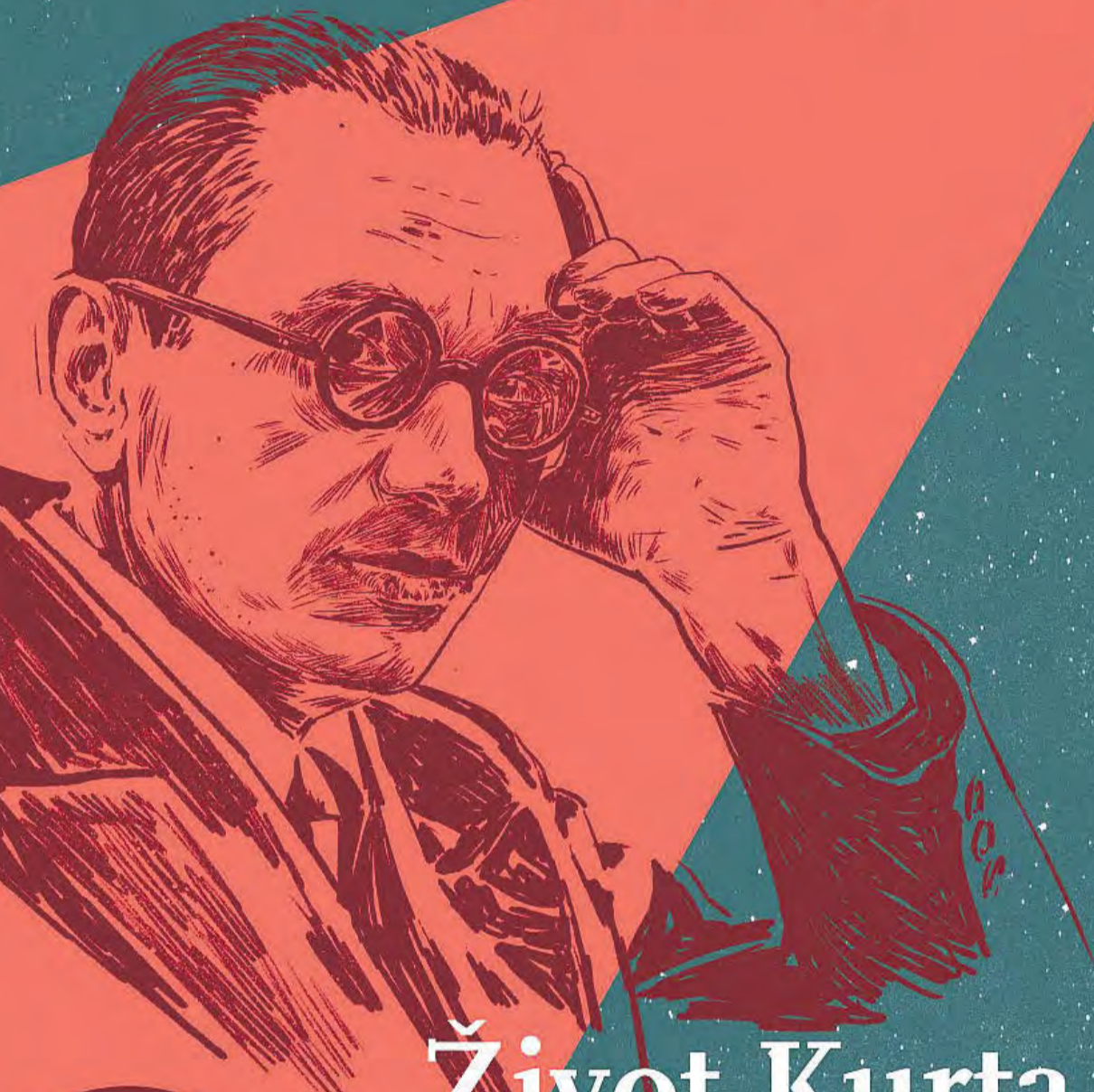
šení. Nejznámější z nich byla dlouho tzv. (velká) Fermatova věta. Vezme-li rovnici $x^n + y^n = z^n$, není těžké najít x , y a z , která ji splňují: třeba 3, 4 a 5. Nahrádíme-li v této rovnici exponent nějakým vyšším číslem, řešení se nám najít nepodaří. Je tedy nasnadě domnívat se, že pro žádný exponent větší než 2 takové řešení neexistuje. Francouzský matematik Fermat si na okraj jedné své knihy už v 17. století poznamenal, že tuto větu dokázal. Důkaz se však podařilo sestavit až v roce 1993. Podobnou, ovšem dosud nedokázanou hypotézou je tzv. Goldbachova domněnka, která říká, že každé sudé číslo větší než 2 je součtem dvou prvočísel.

Jiným problémem, u kterého se dlouho hledal důkaz, je tzv. teorém čtyř barev. Představme si, že máme mapu světa a jednotlivé státy máme vybarvit každý jednou barvou tak, aby žádné dva státy, které mají společnou hranici, nebyly vybarveny toutéž barvou. Kolik barev nyní potřebujeme, abychom takto mohli vybarvit jakoukoli myslitelnou mapu? Že nevystačíme se dvěma, je zřejmé. Ale nevystačíme ani se třemi. Že bychom nevystačili ani se čtyřmi, už zřejmě není, takže hypotézou už od devatenáctého století bylo, že čtyři stačí, a to se podařilo dokázat až v roce 1976 pomocí počítače. (Což odstartovalo diskuzi o tom, do jaké

míry jsou důkazy prováděné počítačem skutečnými důkazy.)

JAKO PILÁT DO KRÉDA

Gödelův důkaz se od těch výše uvedených lišil v tom, že to nebyl důkaz něčeho, o čem byli všichni již dávno přesvědčeni, že to platí. Dokazoval totiž naopak něco, co do té doby prakticky nikomu nepřišlo na mysl. Gödel ukázal, že nejde axiomatizovat aritmetiku (tu nejpřízemnější část matematiky, která se zabývá sčítáním a násobením přirozených čísel, tj. čísel 0, 1, 2, 3, ...), a tudíž už vůbec ne žádnou její méně přízemní část. To mělo zcela převratné důsledky pro logiku i pro základy matematiky.

Stephen
BudianskyNa okraji
rozumuŽivot Kurta
Gödel

Host

Příběh
světoznámého
matematika
s českými
kořeny

k předchozím Gödelovým životopisům dodává leccos důležitého.

FOTO: ARCHIV AUTORA

Axiomatizace daného oboru je jeho „zkondenzování“ do omezeného počtu základních principů, tj. nalezení takové sady (pravdivých) principů (axiomů), ze kterých jsou všechny ostatní pravdy tohoto oboru odvoditelné. Matematici si nemysleli, že najít takovou axiomatizaci (nejprve se hledala pro geometrii a aritmetiku) bude jednoduché, nezdál se tu ale být žádný důvod k domněnce, že by to vůbec nešlo. I mnoha chytrým logikům a matematikům tak trvalo dlouho, než si dovedli srovnat v hlavě důsledky toho, co to Gödel dokázal.

Jedním z takových důsledků bylo, že bezrozpornost aritmetiky nelze

dokázat jejími vlastními prostředky, což vtěleno do úderného hesla může znít třeba: „Matematika je sama na sebe krátká,“ nebo také: „V matematice jde o víc než jenom o dokazování.“

A od toho posledního už je jenom krůček třeba k závěru, že vzhledem k tomu, že počítač nemůže dělat nic víc než právě dokazovat, nemůže žádný počítač myslet a člověk (nebo lidský mozek) tedy nemůže být nic jako počítač. To je ovšem poněkud krátké spojení, které ale ilustruje, jak se Gödelův výsledek často dostává do různých filozofických úvah podobně jako Pilát do kréda. (Logik a Tarského žák Haim Gaifman poznamenal, že jestli Gödelův výsledek

v tomto směru něco ukazuje, pak to není to, že člověk není počítač, ale spíše to, že pokud je počítač, nemůže to zjistit.)

ČLOVĚK
V SOUKOLÍ DĚJIN

„Může se zdát, že opodstatněním dalšího Gödelova životopisu je to, že ty předchozí byly nějak neúplné,“ píše v recenzi knihy ve Wall Street Journal David Edmonds. Ale sám si odpovídá: „Budiansky píše živě a kniha překypuje fascinujícími detaily. Ačkoli se většinou vyhýbá matematice a logice, daří se mu přesvědčit běžného čtenáře, že porozuměl některým z problémů, se kterými se

Gödel potýkal. (...) Téměř každé epizodě v životě Gödelova přítele Einsteina byla věnována její vlastní monografie. Jestliže je takováto míra životopisné pozornosti opodstatněná pro nejdůležitějšího vědce dvacátého století, je tu na světě jistě prostor pro strhující knihu o jeho nejdůležitějším logikovi.“

Ano, ač Budianského kniha obsahuje docela srozumitelné převyprávění Gödelova důkazu neúplnosti a některých jeho dalších výsledků, její těžiště nespočívá v popularizaci logiky či filozofie matematiky. Budiansky totiž klade zásadní důraz na historický kontext jednotlivých fází Gödelova života, takže před námi vyvstávají neobyčejně plastické obrazy Brna na přelomu devatenáctého a dvacátého století („moravského Manchesteru“), Vídně před a po první světové válce („Mekky vědy a medicíny“, ze které se po rozpadu Rakouska-Uherska stává „hlava bez těla“), Rakouska po anšlusu („rozpoutaného pekla“) či princetonského Institutu pro nezávislá studia ve druhé polovině dvacátého století („venkovského matematického klubu“).

Na pozadí těchto historických událostí se pak odvíjí dramatický život Kurta Gödela: Jeho odchod z Brna do Vídně, kde koketuje s „logickými empiristy“ z Vídeňského kruhu. Jeho převratné objevy na přelomu dvacátých a třicátých let, které mu poté, co jsou odbornou veřejností stráveny, zajistí světovou proslulost. Jeho stáž před druhou světovou válkou v Princetonu, kde později zakotvil natrvalo. První projevy jeho psychických problémů, které ho pak s různou intenzitou pronásledovaly až do jeho smrti, která byla uspišena jeho paranoidními bludy. Jeho snaha vyjít s Hitlerovým režimem, ale nakonec přece jenom útěk do Princetonu. Jeho poklidný život v USA, po boku jeho rozporuplné, ale pro něj tak důležité manželky Adély, i několika málo přátel, kterými byli Albert Einstein, Oskar Morgenstern nebo Hao Wang.

GÖDEL ČESKY

Pár slov k českému překladu: Myslím, že překladatel odvedl dobrou práci, a to většinou i v pasážích, kde se jedná o zapeklité logickou terminologií (zejména v dodatku, který reprodukuje důkaz neúplnosti aritmetiky). Sem tam se mu ovšem něco nepovedlo úplně; nejproblematictější mi v tomto ohledu připadá právě vyvrcholení výkladu Gödelova důkazu neúplnosti v textu knihy.

Co mi ovšem poněkud uniká, je smysl Doslovu k českému vydání. Myslím, že čtenář by očekával, že se v něm dozví, nad rámec toho, co je v knize, něco o Gödelově vztahu k Brnu či Československu, ale namísto toho se v něm krátce a tak nějak povšechně opakuje to, co je předtím v knize vyloženo široce a do detailů. Jinak jde ale o výbornou i pěkně upravenou knihu, která bude jistě bavit i ty čtenáře, kteří s logikou a matematikou nemají co do činění.

JAROSLAV
PEREGRIN
logik a filozof
profesor FF UK a UHK

Dokazoval totiž naopak něco, co do té doby prakticky nikomu nepřišlo na mysl. Gödel ukázal, že nejde axiomatizovat aritmetiku. I mnoha chytrým logikům a matematikům trvalo dlouho, než si dovedli srovnat v hlavě důsledky toho, co to Gödel dokázal.